XII. Les intellectualités mathématiques d'Henri Poincaré et de Hermann Weyl

Mettons notre catégorie d'*intellectualité* à l'épreuve d'un autre espace de pensée : la mathématique, et demandons-nous s'il existe des intellectualités mathématiques comme il existe, depuis 1750, des intellectualités musicales.

Pour ce faire caractérisons ainsi ce que nous entendons par *intellectualité mathématique* : le travail soutenu d'un mathématicien (qu'on dira *pensif*) pour *dire* la pensée mathématique, pour la *réfléchir* [A] dans la langue vernaculaire de tout un chacun, pour *projeter* une pensée qui à proprement parler ne relève pas du langage dans un discours du langage ordinaire.

Un rapide examen des différents écrits sur la mathématique dégage différents candidats parmi lesquels nous allons retenir les écrits non mathématiques (au sens technique du terme) d'Henri Poincaré et de Hermann Weyl.

Nous allons nous demander quelles en sont les principales délimitations et les grandes *intensions*, comment de telles intellectualités mathématiques s'articulent à la philosophie avec laquelle elles sont souvent confondues, et, finalement, comment intellectualités mathématique et musicale se ressemblent.

L'enjeu proprement musicien d'un tel examen sera d'exhausser la figure d'un mathématicien pensif, interlocuteur possible du musicien pensif : s'il est vrai que « la musique ne pense pas seule » et que le musicien n'est pas seul à réfléchir un type non langagier de pensée, il s'agit d'identifier les alliés d'une intellectualité musicale se voulant contemporaine de la mathématique créatrice du XXIe siècle.

1 – Henri Poincaré et Hermann Weyl

Notre hypothèse de travail sera qu'Henri Poincaré (1854-1912) et Hermann Weyl (1885-1955) occupent une place éminente dans la

A. Y compris au sens optique du terme…

constitution d'une intellectualité mathématique en bien des points équivalente à cette intellectualité musicale qui nous occupe dans ce troisième volume.

Nous allons donc travailler ici non pas sur leurs textes proprement mathématiques mais sur leurs ouvrages « didactiques » et « réflexifs ». Pour ce faire nous allons retenir deux volumes de Poincaré [A] : *La Science et l'hypothèse* (1902) [1] et *La Valeur de la Science* (1905) [2], et un de Weyl [B] : *Le continu et autres écrits* (Recueil de textes 1910-1953) [3].

Nous privilégions ces deux mathématiciens parmi d'autres candidats possibles.

Si nous éliminons d'abord

– les mathématiciens et/ou logiciens qui sont également des philosophes : Bolzano, Russell, Whitehead.
– les philosophes qui sont également des mathématiciens : Descartes, Leibniz, Husserl.
– les mathématiciens qui n'ont parlé *sur* la mathématique que marginalement (appelons-les des *intervenants*), soit dans leurs souvenirs (André Weil [4] ou Laurent Schwartz [5]), soit sous forme d'entretiens (Alain Connes [6] par exemple).

nous aurions pu envisager d'examiner les travaux de Jacques Hadamard (1865-1963) [C], René Thom (1923-2002), Roger Penrose (1931-) et bien sûr ceux d'Alexandre Grothendieck dont nous avons déjà parlé [D].

Nous ne ferons ici que renvoyer au travail, en tous points stimulants, du mathématicien René Guitart [E], par ailleurs ami de l'intellectualité musicale qui s'expose dans ce livre : son intellectualité mathématique propre

A. Laissant ici de côté des ouvrages tels *Science et méthode* (1908), *Dernières pensées* (1913) ou son recueil d'articles (1891-1911) : *L'analyse et la recherche.*

B. Nous n'aborderons donc pas ici son *Symétrie et mathématique moderne* (1951).

C. Voir son très intéressant *Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique* (Coll. « Discours de la méthode », Gauthier-Villars, 1975).

D. Cf. I. VII. Remarquer cependant une très grande séparation chronologique (de part et d'autre de la coupure 1970) entre ses écrits proprement mathématiques et sa réflexion mathématicienne.

E. Voir par exemple *La pulsation mathématique* (L'Harmattan ; 1999) et *Évidence et étrangeté* (Puf ; Collège international de philosophie ; 2000). Par ailleurs René Guitart est un intervenant régulier du séminaire (Ens-Ircam) *mamuphi* (mathématiques-musique-philosophie).

continue de se déployer à vive allure, rendant actuellement quelque peu difficile, en tous les cas pour un musicien pensif, un bilan rétrospectif.

Poincaré et Weyl ont pour nous l'intérêt d'avoir très constamment entrelacé les figures du *working mathematician* et du mathématicien pensif : la figure du mathématicien pensif n'y relève pas du crépuscule d'une carrière, et le retour réflexif sur la mathématique ne s'y cantonne pas à l'âge où la puissance créatrice du mathématicien semble inéluctablement déclinante. En ce sens, ces deux figures de mathématicien s'accordent à la dynamique de pensée d'un Rameau, d'un Wagner ou d'un Boulez.

Nous ne trancherons pas la délicate question de savoir si Poincaré et Weyl, mathématiciens indiscutables, peuvent être également tenus, par certains de leurs travaux, pour de véritables philosophes. S'ils devaient l'être [A], notre propos resterait de toutes les façons d'identifier dans leurs écrits un type singulier de discours, celui du mathématicien pensif qui n'est ni le discours mathématique proprement dit, ni un éventuel discours philosophique.

Dernière précision : s'agissant d'introduire à la catégorie d'intellectualité mathématique, nous allons moins insister sur la différence entre Poincaré et Weyl que sur leurs traits communs, à tout le moins ceux qui permettent de discerner la consistance discursive spécifiquement recherchée.

Commençons par une recension des thèmes et préoccupations de nos deux mathématiciens dans ces écrits.

2 – Distance prise d'avec la philosophie

Relevons d'abord leur souci commun de se dégager d'une préoccupation d'ordre strictement philosophique, souci qui les conduit à caractériser un type philosophique de discursivité comme étant en extériorité subjective à leurs propres travaux. Les mathématiciens vont signifier cette distance en parlant de « métaphysique » et de « métaphysiciens ».

A. Ce point serait à examiner en détail, en tenant compte en particulier du fait qu'une collection de philosophèmes ne saurait faire une philosophie…

Henri Poincaré

Henri Poincaré, par exemple, tient à se démarquer des philosophes quant à l'emploi du mot *perception* qui ne saurait, pour lui, être une catégorie de l'intellectualité mathématique :

> *« Je n'emploie jamais le verbe percevoir, ni le substantif perception parce que je ne sais pas ce qu'ils veulent dire. J'ignore si la perception est une sensation ou un jugement, et je crois voir que les philosophes qui emploient ce mot l'entendent les uns dans le premier sens, les autres dans le second. C'est pourquoi j'évite de l'employer. »* [7]

La ligne de démarcation tracée touche aux catégories pertinentes pour l'un ou l'autre discours :

> *« Ce mot [de liberté] m'avertit que je m'égare et que je vais sortir du domaine des mathématiques et de la physique. »* [8]

Une question mathématiquement stérile (c'est-à-dire qui ne saurait servir le travail scientifique de l'intérieur), est ainsi registrée à « la métaphysique » :

> *« Quand on dit que la force est la cause d'un mouvement, on fait de la métaphysique, et cette définition, si l'on devait s'en contenter, serait absolument stérile. »* [9]

> *« Peu nous importe que l'éther existe réellement, c'est l'affaire des métaphysiciens. »* [10]

Poincaré ne cesse ainsi de distinguer d'un côté subjectivité mathématique et scientifique et de l'autre subjectivité philosophique et métaphysicienne :

> *« Un jour viendra peut-être où les physiciens se désintéresseront de ces questions [visant à choisir entre différentes explications là où l'expérience ne peut trancher], inaccessibles aux méthodes positives, et les abandonneront aux métaphysiciens. Ce jour n'est pas venu. »* [11]

> *[L'intuition pure peut-elle se passer du secours des sens ?] « C'est là l'affaire du psychologue et du métaphysicien et je ne discuterai pas cette question. »* [12]

Hermann Weyl

De même, pour Hermann Weyl, la réflexion du mathématicien sur la mathématique ne doit pas être confondue avec le travail proprement philosophique, en particulier phénoménologique :

*« Il va de soi qu'il faudrait ici une analyse phénoménologiquement approfondie de la notion d'*existence. *»* [13]

La réflexion mathématicienne non seulement n'est pas la philosophie :

« Je n'entrerai pas dans de grandes discussions afin de vous convertir à cette opinion de Brouwer [la définition d'une somme finie ne détermine pas a priori le sens d'une somme infinie]*. C'est entièrement une affaire de réflexion, qui n'a rien à voir avec des théories épistémologiques, voire métaphysiques, ni avec de quelconques axiomes arbitrairement nommés mathématiques. »* [14]

mais, plus encore, se déploie « contre » la philosophie :

« Les mathématiques ont manifesté leur entière participation à la révolte d'esclaves des sciences positives contre la philosophie. » [15]

Tout repose selon Weyl sur une claire distinction entre ce qui fait problème pour la mathématique ou la science et ce qui fait problème pour une philosophie entendue indifféremment comme épistémologie ou métaphysique :

« La nature de la vérité dans les théories physiques est un problème philosophique ou épistémologique plutôt qu'un problème physique. » [16]

Il y a des problèmes mathématiques dont la résolution ne saurait convoquer la « métaphysique » :

« Ici [problème de jeu examiné par von Neumann] *nous avons un problème mathématique concret non trivial, et en même temps résoluble. Je n'ose imaginer qu'un mathématicien aurait le courage d'en éluder l'honnête solution en mettant en avant un dogme métaphysique. »* [17]

Et il y a des problèmes métaphysiques qui ne concernent guère la mathématique :

« Aristote […] parle de la métaphysique plutôt que des mathématiques. » [18]

« Depuis toujours la métaphysique a tenté de surmonter le dualisme de l'objet et du sujet, de l'être et du possible, de l'être et du sens, de la contrainte et de la liberté. » [19]

Du rapport du mathématicien à la philosophie

Si mathématiques et philosophie font bien deux, si réflexion mathématicienne et conceptualisation philosophique font également deux, quels rapports entre les deux restent alors envisageables ?

Sur ce point, la position de Weyl reste ouverte, comme en témoigne par exemple ces remarques :

> *« Les philosophes font une objection… […] Est-ce à dire qu'il n'y a rien à retenir de cette objection des philosophes ? Ce n'est pas cela que je veux dire… »* [20]

> *« Les mathématiques elles aussi, soit de leur propre mouvement, soit en dépendance de la philosophie, n'ont pas résisté à cet attrait de l'absolu. »* [21]

quand celle de Poincaré est plus tranchée ; elle prône un pragmatisme du mathématicien, substituant à la notion de *vérité* celle d'*utilité* :

> *« Une géométrie ne peut pas être plus vraie qu'une autre ; elle peut seulement être plus commode. »* [22]

> *« La géométrie n'est pas vraie, elle est avantageuse. »* [23]

> *« Peu nous importe que l'éther existe réellement, c'est l'affaire des métaphysiciens ; l'essentiel pour nous c'est que tout se passe comme s'il existait et que cette hypothèse est commode pour l'explication des phénomènes. Après tout, avons-nous d'autre raison de croire à l'existence d'objets matériels ? Ce n'est là aussi qu'une hypothèse commode. »* [24]

3 – Délimitation des mathématiques

L'intellectualité musicale s'attache alors à délimiter ce que sont les mathématiques, ce qui ne veut nullement dire entreprendre de les définir.

L'enjeu désormais est de mieux comprendre de l'intérieur la dynamique d'efficacité et d'applicabilité que les mathématiques connaissent.

Henri Poincaré

Les délimitations sont particulièrement nettes chez Poincaré. Par exemple la mathématique a (doit avoir) sa vision propre du continu :

> *« Le véritable continu mathématique est tout autre chose que celui des physiciens et celui des métaphysiciens. »* [25]

Et la mathématique trouve en elle-même son principe de validité ; sa logique de consistance est autonome, tout comme celle de l'art :

> *« On vous a sans doute souvent demandé à quoi servent les mathématiques […]. Parmi les personnes qui font cette question, je dois faire une distinction ; les gens pratiques réclament seulement de nous le moyen de gagner de l'argent. Ceux-là ne méritent pas qu'on leur réponde ; c'est à eux plutôt qu'il conviendrait*

de demander à quoi bon accumuler tant de richesses et si, pour avoir le temps de les acquérir, il faut négliger l'art et la science qui seuls nous font des âmes capables d'en jouir […]. D'ailleurs une science uniquement faite en vue des applications est impossible ; les vérités ne sont fécondes que si elles sont enchaînées les unes aux autres. » [26]

« *Je veux défendre la Science pour la Science. […] Ce n'est que par la Science et par l'Art que valent les civilisations. On s'est étonné de cette formule : la Science pour la Science ; et pourtant cela vaut bien la vie pour la vie, si la vie n'est que misère.* » [27]

« *Les mathématiques ont un triple but. Elles doivent fournir un instrument pour l'étude de la nature. Mais ce n'est pas tout : elles ont un but philosophique et, j'ose le dire, un but esthétique. Elles doivent aider le philosophe à approfondir les notions de nombre, d'espace et de temps. Et surtout leurs adeptes y trouvent des jouissances analogues à celles que donnent la peinture et la musique. Ils admirent la délicate harmonie des nombres et des formes ; ils s'émerveillent quand une découverte nouvelle leur ouvre une perspective inattendue ; et la joie qu'ils éprouvent ainsi n'a-t-elle pas le caractère esthétique, bien que les sens n'y prennent aucune part ? […] C'est pourquoi je n'hésite pas à dire que les mathématiques méritent d'être cultivées pour elles-mêmes.* » [28]

La mathématique trouve sa consistance moins dans les choses que dans leurs rapports, mathématiquement conçus, et c'est leur forme mathématique qui autorise alors une applicabilité [A] :

« *Ce que [la science] peut atteindre, ce ne sont pas les choses elles-mêmes, comme le pensent les dogmatiques naïfs, ce sont seulement le rapport entre les choses ; en dehors de ces rapports, il n'y a pas de réalité connaissable.* » [29]

« *Les mathématiciens n'étudient pas des objets, mais des relations entre les objets ; il leur est donc indifférent de remplacer ces objets par d'autres, pourvu que les relations ne changent pas. La matière ne leur importe pas, la forme seule les intéresse.* » [30]

« *On peut se demander pourquoi, dans les sciences physiques, la généralisation prend volontiers la forme mathématique. La raison est maintenant facile à voir ; ce n'est pas seulement parce que l'on a à exprimer des lois numériques ; c'est parce que le phénomène observable est dû à la superposition d'un grand nombre de phénomènes élémentaires* tous semblables entre eux *; ainsi s'introduisent tout naturellement les équations différentielles. […] Les mathématiques*

A. Comme pour les intellectualités musicales examinées précédemment, il s'agit dans ce chapitre moins de discuter du contenu précis de telle ou telle thèse que d'examiner la logique générale, en particulier subjective, qui permet d'identifier un régime particulier de discursivité mathématicienne.

nous apprennent en effet à combiner le semblable au semblable. [...] C'est donc grâce à l'homogénéité approchée de la matière étudiée par les physiciens que la physique mathématique a pu naître. » [31]

« *C'est l'esprit mathématique, qui dédaigne la matière pour ne s'attacher qu'à la forme pure. C'est lui qui nous a enseigné à nommer du même nom des êtres qui ne diffèrent que par la matière, à nommer du même nom par exemple la multiplication des quaternions et celle des nombres entiers.* » [32]

Hermann Weyl

Weyl a le même genre de démarche que Poincaré. Ainsi la mathématique se caractérise – entre autre – par son approche propre de l'infini, en particulier sa manière spécifique de mettre en tension fini et infini :

« *La mathématique est la science de l'infini. Avoir rendu féconde, pour la connaissance de la réalité, la tension entre fini et infini est le grand exploit des Grecs. [...] Pour les Grecs, cette tension et l'effort de la surmonter deviennent le moteur de la connaissance.* » [33]

« *Les mathématiques, a-t-on dit, sont la science de l'infini. En effet le mathématicien invente des constructions finies qui décident de questions par leur vraie nature infinies. C'est son titre de gloire.* » [34]

D'où la constitution d'un lieu tout à fait spécifique de pensée :

« *On pourrait soutenir que les mathématiques s'occupent de choses qui ne concernent pas du tout l'homme. Elles ont la qualité inhumaine de la lumière stellaire, brillante, aiguë, mais froide.* » [35]

qu'il convient de défendre comme tel :

« *Si les mathématiques, au nom de leur sécurité, se retiraient sérieusement sur cette ligne de défense du simple jeu, elles se retrancheraient totalement de l'histoire universelle de l'esprit.* » [36]

La mathématique n'est pas un jeu sans enjeu mais un lieu de pensée.

Son applicabilité n'est qu'une conséquence, non son mobile propre :

« *L'applicabilité de notre science apparaît comme un symptôme de son enracinement, non pas comme une mesure de sa valeur.* » [37]

Défendre ainsi les mathématiques dans le champ de la pensée et de l'esprit contre toute vision réductrice de leur activité constitue précisément un des enjeux de l'intellectualité mathématique.

4 – Articulations exogènes

Comment ces intellectualités mathématiques réfléchissent-elles l'articulation de la mathématique à la logique et à la physique mathématisées ?

Paradoxalement, du moins pour des musiciens peu au fait de la pratique mathématique contemporaine, l'imbrication de la mathématique avec la physique s'avère plus étroite qu'avec la logique.

Ainsi Poincaré se fixant la tâche suivante :

> *« Étudions de plus près les conditions qui ont permis le développement de la physique mathématique. »* [38]

soutient cette position :

> *« Le mathématicien ne doit pas être pour le physicien un simple fournisseur de formules; il faut qu'il y ait entre eux une collaboration plus intime. La physique mathématique et l'analyse pure ne sont pas seulement des puissances limitrophes, entretenant des rapports de bon voisinage; elles se pénètrent mutuellement et leur esprit est le même. »* [39]

La physique mathématisée, loin d'être une simple « application » des mathématiques, se révèlent ainsi être étroitement imbriquée avec elles, position au demeurant qu'un Alain Connes ne cesse de mettre en avant un siècle plus tard.

Concernant l'articulation avec la logique mathématisée, les choses sont plus disjointes. Poincaré écrit à ce titre :

> *« La logique toute pure ne nous mènerait jamais qu'à des tautologies; elle ne pourrait pas créer du nouveau; ce n'est pas d'elle toute seule qu'aucune science peut sortir. [...] Pour faire une science quelconque, il faut autre chose que la logique pure. Cette autre chose, nous n'avons pour la désigner d'autre mot que celui d'*intuition. »* [40]

Cette disjonction repose par exemple sur le contraste entre une approche purement logique d'une démonstration et son approche proprement mathématique :

> *« Le logicien décompose pour ainsi dire chaque démonstration en un très grand nombre d'opérations élémentaires; quand on aura examiné ces opérations les unes après les autres et qu'on aura constaté que chacune d'elles est correcte, croira-t-on avoir compris le véritable sens de la démonstration ? [...] Évidemment non. »* [41]

Hermann Weyl s'accorde au fait que la démonstration mathématique ne se réduit nullement à sa dimension de déduction logique :

> *« "Les mathématiques sont la science qui tire des conclusions nécessaires", cette définition proposée par Peirce en 1870 est restée en vogue pendant des décennies. Il me semble qu'elle ne fournit qu'une pauvre information sur la nature véritable des mathématiques. »* [42]

même si mathématique et logique doivent marcher de pair :

> *« Mathématique et logique doivent être formalisées conjointement. La logique mathématique si décriée dans le parti des philosophes a un rôle indispensable. »* [43]

Jeu d'échecs

En matière d'articulation mathématique-logique, la métaphore du jeu d'échecs est récurrente chez nos deux mathématiciens. Ainsi Poincaré :

> *« Si vous assistez à une partie d'échecs, il ne vous suffira pas, pour comprendre la partie, de savoir les règles de la marche des pièces. […] Comprendre la partie […], c'est savoir pourquoi le joueur avance telle pièce plutôt que telle autre qu'il aurait pu faire mouvoir sans violer les règles du jeu. C'est apercevoir la raison intime qui fait de cette série de coups successifs une sorte de tout organisé. »* [44]

De même que suivre une partie d'échecs coup par coup n'induit nullement qu'on en comprend l'articulation dynamique entre détermination stratégique des points d'affrontements et déroulements tactiques de ces affrontements, de même comprendre une démonstration ne se limite pas à décortiquer son aspect mais nécessite d'en saisir l'*intension* pour comprendre l'*inspect* global qu'elle configure.

5 – Pensée mathématique et langage

Hermann Weyl constate que le mathématicien opère *dans la distance* entre pensée mathématique et mots (ou langage) (là où Poincaré, plus intuitionniste, se révèle moins sensible à cette dimension non langagière de la pensée mathématique) :

> *« Les mathématiques elles-mêmes n'ont pas besoin d'un langage quel qu'il soit, puisque [leurs] formules ne signifient rien et ne véhiculent rien. »* [45]

> *« Les mathématiques sont célèbres pour l'air d'abstraction raréfié qui y règne. Cette mauvaise réputation n'est méritée qu'à demi. Le fait est que la première*

difficulté rencontrée par l'homme du commun quand on lui enseigne à penser mathématiquement est qu'il doit apprendre à regarder les choses en face beaucoup plus carrément; sa confiance dans les mots doit être ébranlée; il lui faut apprendre à penser plus concrètement. […] Les mots sont des instruments dangereux. […] Nous assistons aux effets désastreux du pouvoir magique des mots. […] Un scientifique doit percer le brouillard des mots abstraits pour atteindre le roc concret de la réalité. […] On ne peut pas appliquer les mathématiques tant que les mots obscurcissent la réalité. » [46]

« Les mathématiques secouent les chaînes du langage. » Andreas Speiser, cité par Weyl [47]

« Le jeu mathématique se joue sans bruit, sans mots, comme les échecs. Seules les règles ont à être communiquées verbalement, et il est naturel que toute argumentation sur les possibilités du jeu, par exemple sur sa consistance, se déroule dans le medium des mots et recoure à l'évidence. » [48]

À nouveau les échecs interviennent, cette fois pour servir de modèle à la distance prise d'avec une conception langagière de la pensée : comprendre une partie, ce n'est pas comprendre les règles, et, même s'il faut recourir au langage pour apprendre les règles, la pensée des échecs se déploie à l'écart du langage.

Jacques Hadamard

Cette autonomie de la pensée mathématique par rapport au langage est d'une grande importance dans l'intellectualité mathématique de Jacques Hadamard. Comme ce point nous est également essentiel, rappelons comment tout ceci est thématisé dans son *Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique* (*op. cit.*) :

« *Hegel dit brièvement :* "Nous pensons en mots" – *comme si personne n'avait jamais mis cela en doute.* » [49]

« *Les vers de Boileau :* "Ce que l'on conçoit bien s'énonce clairement/Et les mots pour le dire arrivent aisément" *ne sont pas justifiés pour moi.* » [50]

« *Les mots sont totalement absents de mon esprit quand je pense réellement et j'identifierais complètement mon cas à celui de Francis Galton qui disait :* "Il arrive souvent, après avoir durement travaillé et être arrivé à des résultats qui sont parfaitement clairs et satisfaisants pour moi, que, quand je veux les exprimer en mots, je sente que je dois commencer par me mettre sur un plan intellectuel tout à fait autre. J'ai à traduire mes pensées dans un langage qui ne me vient pas facilement. Je perds donc beaucoup de temps à chercher les mots et les phrases appropriées." » [51]

« Les mots et le langage, écrits ou parlés, ne semblent pas jouer le moindre rôle dans le mécanisme de ma pensée. […] Les éléments de ma pensée […] sont de type visuel et parfois moteur. Les mots ou autres signes conventionnels n'ont à être cherchés avec peine qu'à un stade secondaire où le jeu d'associations en question est suffisamment établi et peut être reproduit à volonté. » Einstein, cité par Hadamard [52]

« Un médecin particulièrement éminent m'a dit qu'il pensait au moment du diagnostic sans mots, bien qu'il utilise les mots dans ses études théoriques et scientifiques. » [53]

« Pour ceux d'entre nous qui ne pensent pas en mots, la principale difficulté à comprendre ceux dont c'est le cas vient de ce que nous sommes incapables de comprendre comment ils peuvent être sûrs de ne pas être fourvoyés par les mots qu'ils utilisent. » [54]

« Plus une question est difficile et complexe, plus nous nous méfions des mots, plus nous estimons que nous devons contrôler cet allié dangereux et sa précision parfois perfide. » [55]

6 – Subjectivité de mathématicien

Chacune de ces intellectualités mathématiques assume une subjectivité de mathématicien.

Ainsi, pour Weyl, cette subjectivité de mathématicien se caractérise d'abord négativement : elle n'est pas utilitaire.

« Les mathématiques, tel un arbre qui déploie librement sa cime dans les cieux, puisent leur force par mille racines dans une terre d'intuitions et de représentations réelles; il serait désastreux de les tailler au nom d'un utilitarisme court de vue ou de les arracher du sol où elles ont jailli. » [56]

Le mathématicien a conscience qu'autonomie de pensée ne veut pas dire autarcie et absence de sens :

« Si la mathématique veut rester un phénomène culturel qu'on puisse prendre au sérieux, elle doit rattacher un sens *à ce jeu de formules. »* [57]

La mathématique produit en effet son propre sens, un sens mathématique :

> *« Nous, les mathématiciens, ne sommes pas un Ku Klux Klan avec un rituel secret de la pensée. »* [58]

Il ne s'agit ainsi nullement de formaliser pour le plaisir de formaliser, même si « *formaliser est la maladie des mathématiciens.* » [59]

Somme toute, la conscience du mathématicien réfléchissant la mathématique doit bien déboucher sur une intellectualité mathématique (même si, bien sûr, ce terme n'apparaît nulle part dans ces écrits).

Ainsi, pour Hermann Weyl,

> *« Que cette théorie [des ensembles] soit née des mathématiques a signifié seulement que l'Analyse est devenue abstraitement consciente de la méthode qu'elle pratiquait depuis longtemps. »* [60]

La nécessité d'une intellectualité mathématique est alors liée au sentiment d'une crise des fondements :

> *« Nous sommes moins certains que jamais des fondements derniers (de la logique et) des mathématiques. Comme tout le monde et toute chose aujourd'hui, nous avons notre "crise". Nous l'avons depuis bientôt cinquante ans* [A]*. Apparemment cela ne semble pas gêner notre travail quotidien, et pourtant, en ce qui me concerne, j'avoue que cela a exercé une influence considérable sur ma vie de mathématicien : j'ai orienté mes intérêts vers des champs que je considérais comme relativement "sûrs". »* [61]

et liée à la nécessité d'une réflexion du mathématicien sur ce que c'est que faire des mathématiques :

> « "Pour un mathématicien professionnel, dont le travail consiste à faire quelque chose, non pas à parler sur ce que lui ou d'autres ont fait, c'est une expérience assez morose que se surprendre en train d'écrire sur les mathématiques." *(G. H. Hardy) […] Je ne partage pas le dédain de G. H. Hardy à l'égard de celui qui "parle sur" […] L'activité créative non contrôlée par la réflexion risque de se détacher de toute signification, de perdre contact et perspective, de dégénérer en routine.* » [62]

> *« Le risque de l'activité créatrice, quand elle n'est pas surveillée par la* réflexion*, est qu'elle dévie du sens, se fourvoie, cristallise en routine. […] Ce que nous avons fait ici, c'est de la réflexion.* » [63]

A. Le texte date de 1946.

Cette nécessité endogène converge avec la nécessité exogène de s'adresser aux non-mathématiciens pour défendre les mathématiques contre l'image stéréotypée qui circule. Weyl écrit ainsi :

> *« Les mathématiques, en dépit de leur ancienneté, ne sont nullement vouées par leur complexité à une sclérose progressive ; elles sont bien vivantes, et se nourrissent par les racines profondes qu'elles plongent dans l'esprit et la nature. »* [64]

7 – Éléments de synthèse

Réexaminons ces intellectualités mathématiques plus synthétiquement.

Caractéristiques communes

Si l'on prend pour modèle d'intellectualité mathématique les deux figures précédentes, il ressort d'abord deux traits communs aux intellectualités mathématique et musicale.

En premier lieu, la cible d'une intellectualité mathématique est la mathématique comme la cible d'une intellectualité musicale est la musique. Ceci prévaut aussi bien quand il s'agit d'examiner les rapports entre mathématiques et physique que lorsqu'il s'agit de mieux faire comprendre la réalité du travail mathématique aux non-mathémaciens (c'est aussi en ce sens qu'une telle intellectualité se distingue alors d'un cours ou d'une vulgarisation pour profanes).

Ensuite une intellectualité mathématique saisit le mathématicien comme celui qui fait des mathématiques et est fait par elles (tout de même qu'une intellectualité musicale saisit le musicien comme faisant de la musique et fait par elle), non pas selon une introspection psychologisante ou dans une exaltation de sa figure individuelle.

Différences mathématique/musique

Intellectualités mathématique et musicale vont par contre se différencier dans leurs *rai*sonances ou rapports extérieurs aux autres disciplines de pensée.

Différences sciences/arts

D'abord les rapports de l'intellectualité mathématique aux autres sciences ne sont pas analogues à ceux de l'intellectualité musicale aux autres arts :

mathématique/sciences≠musique/arts

En effet si la mathématique occupe bien, depuis Galilée, une position centrale au sein de la constellation des sciences (en sorte que la caractérisation moderne d'une science puisse tenir à son caractère mathématisable [A]), la musique n'occupe pas une position centrale et névralgique dans le dispositif diversifié des arts (il n'y aurait d'ailleurs aucune raison de donner un statut central au sens de l'ouïe par rapport aux quatre autres sens).

Différence de rapport à la philosophie

Ensuite intellectualités mathématique et musicale entretiennent des rapports sensiblement différents à la philosophie.

Laissons ici de côté le fait suivant, qui concerne directement les mathématiques et la musique plutôt que leurs intellectualités respectives : la mathématique conditionne plus essentiellement la philosophie que la musique ne le fait en raison du caractère stratégique de la mathématique comme ontologie.

Voyons plutôt les choses dans l'autre sens : du point de la capacité de la philosophie d'influencer les intellectualités mathématique et musicale.

Si l'intellectualité musicale tend à se déployer à l'ombre d'une philosophie donnée – on l'a vu avec l'ombre de Descartes sur Rameau, l'ombre de Schopenhauer sur Wagner, et l'ombre de Badiou sur ce présent livre –, il semble bien qu'une intellectualité mathématique donnée ne tire pas le même parti d'une philosophie donnée et tende plutôt à se désencombrer de telles influences. Ce point serait à approfondir en tenant compte du fait que l'intellectualité mathématique s'est trouvée spécifiquement encombrée du positivisme et du néo-positivisme logique qui, tous deux, tendaient à promouvoir la pensée scientifique comme paradigme de la pensée. Somme toute, l'intellectualité mathématique a eu à se déprendre de la philosophie

A. La philosophie de Badiou thématise cette position centrale en posant que la mathématique est l'ontologie. Il est alors naturel que toute ontique y soit subordonnée s'il est vrai qu'il n'est d'étant qui ne soit d'abord un être (appelons cela l'axiome de récusation des fantômes).

(néo) positiviste comme l'intellectualité poétique a eu à le faire par rapport à la philosophie d'Heidegger (qui lui assignait la place onto-logique éminente de « gardien de l'Être » [A]).

8 – Thèmes, enjeux, *intensions*

De quoi la matière même de l'intellectualité mathématique est-elle fibrée ?

Avançons, comme hypothèse, une triple dimension de l'intellectualité mathématique, analogue aux trois dimensions de l'intellectualité musicale.

> Précisons bien le caractère éminemment hypothétique des considérations du présent chapitre et particulièrement de celles qui suivent : il ne s'agit pas ici de déployer une théorie de l'intellectualité mathématique comme nous y prétendons pour l'intellectualité musicale. Il s'agit plus simplement d'explorer un champ possible en sorte d'indiquer en quoi l'intellectualité musicale n'est pas, loin s'en faut, la seule intellectualité.

Théorie

Il y aurait d'abord une dimension qu'on dira « théorique » où il s'agit de réfléchir à quelles conditions la mathématique peut poursuivre son travail théorique en prenant la mesure de son statut scientifique particulier (disons celui d'ontologie). Par exemple qu'est-ce que les différentes théories mathématiques d'espaces ont en propre qui les rendent aptes à entrer en relation avec les notions physique, biologique, chimique (pourquoi pas musicale) d'espace ?

Logique

Il y aurait ensuite une dimension qu'on dira – faute de mieux – « logique » qui désigne la manière dont l'intellectualité mathématique prend mesure du démêlé de la mathématique avec la logique, démêlé à la fois interne à la mathématique (puisque tout ceci se déploie à l'époque de la logique mathématisée) et externe (s'il est vrai qu'il s'agit ce faisant de récuser toute fusion – celle-là même qu'incarne le *logicisme* – entre mathématiques et logique).

A. Remarquons à ce titre que Fernando Pessoa (1888-1935) est l'exact contemporain de Hermann Weyl (1885-1955).

Esthétique

Il y aurait ensuite une dimension qu'on dira « esthétique » (en un sens cette fois décalé par rapport à celui qu'on lui a donné pour l'intellectualité musicale) : cette dimension touche à l'évaluation par le mathématicien du rôle joué par le beau dans les mathématiques – c'est à ce niveau en particulier que le rôle du mathématicien dans le « faire mathématique » sera plus directement pris en compte.

Triple interlocution

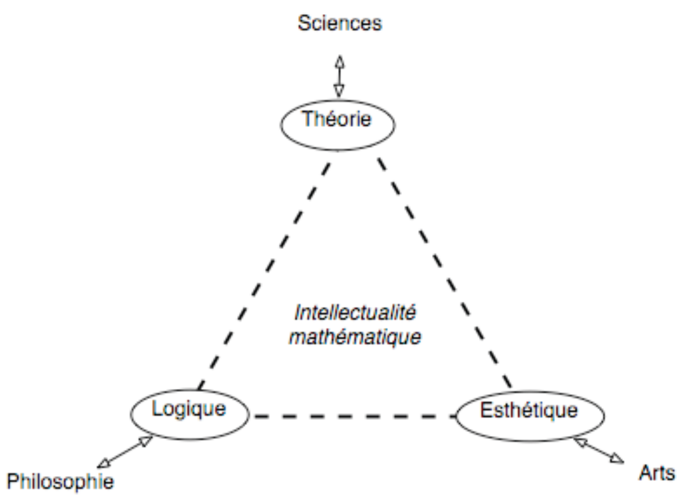
Cette triple dimension s'articulerait à une triple interlocution privilégiée

1) avec les sciences pour la dimension *théorique*,

2) avec la philosophie pour la dimension *logique*,

3) avec les arts pour la dimension *esthétique*,

l'ensemble pouvant alors se figurer ainsi :



Diversification des intellectualités mathématiques

Pourrait-on alors distinguer trois types d'intellectualité mathématique selon que l'accent principal est mis sur l'une de ces trois dimensions ?

Laissons cette vaste question à d'autres et demandons-nous s'il existe une anti-intellectualité mathématique comme il existe une anti-intellectualité musicale.

Les écrits de Weyl nous ont ainsi mis sur la piste de G. H. Hardy. Sa biographie, intitulée *L'apologie d'un mathématicien* [65], s'engage en effet sous le signe ouvert d'une anti-intellectualité mathématique :

> *« Ce livre que j'entreprends, non de mathématiques mais "sur" les mathématiques, est un aveu de faiblesse pour lequel je puis à juste titre être méprisé ou plaint par des mathématiciens plus jeunes et plus productifs. J'écris sur les mathématiques parce que, comme tout mathématicien qui a dépassé la soixantaine, je n'ai plus la fraîcheur d'esprit, l'énergie ni la patience de poursuivre fructueusement ma propre tâche. »* [66]

Soit le motif canonique d'une intellectualité mathématique qui ne saurait être que *faute de mieux* – les exemples de Poincaré et Weyl suffiraient à récuser la généralité d'une telle caractérisation.

Émergence

Terminons cette petite exploration en émettant une hypothèse sur le moment de constitution de l'intellectualité mathématique comme telle.

Si le moment 1750 fut central pour la constitution d'une intellectualité musicale, on peut envisager que la seconde moitié du XIXe siècle a joué un rôle central dans l'émergence d'une intellectualité mathématique à raison d'un double bouleversement :

– l'un de la *géométrie* et donc des notions mathématiques d'*espace* ;
– l'autre de la *logique via* sa mathématisation.

Il semblerait que ce double ébranlement ait suscité la nécessité chez les mathématiciens – et pas chez les moins brillants ni les moins productifs ! – de réfléchir leur science, faisant ainsi émerger la figure du mathématicien pensif.

9 – *Questions-objections*

Parachevons cet examen – dont on comprendra pourquoi il ne saurait être, dans un livre écrit par un musicien, systématique – par une série de questions et objections, venues de mathématiciens lors d'un échange public sur ces points [67].

– *Est-il légitime de situer les mathématiques « au centre » des sciences ?*

Oui si l'on accorde à la mathématique un statut d'*ontologie*, l'ontologie étant « au centre » des différentes ontiques.

Il y a bien sûr des rapports directs *entre* autres sciences (entre « ontiques » : par exemple entre physique et biologie – ainsi tout étant *vivant* est également *naturel*) mais ces rapports ne sauraient raturer le caractère tout à fait singulier des relations entre mathématiques et autres sciences (entre être et étants, entre ontologie et ontiques).

À l'inverse, le caractère « central » des mathématiques ne rature pas l'existence d'influences réciproques de ces sciences (par exemple de la physique) sur la mathématique (Poincaré y insiste, comme aujourd'hui Alain Connes).

– *À parler ainsi de « mathématiciens pensifs », ne risque-t-on pas de laisser entendre que le working mathematician, lui, ne penserait pas ?*

Non ! Bien sûr, les mathématiques, comme les autres sciences, pensent, et donc le *working mathematician* pense quand il fait des mathématiques.

Le calcul mathématique lui-même doit être vu comme une composante intrinsèque de la pensée mathématique :

> *« Pour un mathématicien, calculer, c'est raisonner. » H. Weyl* [68]

L'adjectif « pensif » veut désigner quelque chose de plus singulier qu'une pensée mathématique : très exactement une réflexion mathématicienne sur cette pensée mathématique.

– *Le rejet de la métaphysique par Poincaré et Weyl ne serait-il pas de même nature (philosophique !) que le refus de la métaphysique par bien des philosophes ?*

Il est vrai qu'un rejet de la métaphysique existe de l'intérieur même du champ philosophique (songeons par exemple à Heidegger). Mais le mot « métaphysique » opère alors tout autrement qu'il ne le fait dans le discours de Poincaré et Weyl : ainsi pour Heidegger, la critique de la métaphysique (et de *l'onto-théologie*) légitime un retour à une ontologie native, présocratique, étroitement imbriquée au poème. Elle opère donc comme appel à revenir à une philosophie véritable (au sens d'Heidegger).

Pour Poincaré et Weyl, le même mot « métaphysique » désigne tout autre chose : un espace de pensée radicalement étranger à l'espace scientifique et mathématique, dans lequel les mathématiciens n'ont pas à se compromettre. Cet espace « métaphysique », tressé des concepts de « cause », de « liberté », d'« essence » et d'« existence », de rapport entre « intelligible et sensible », de « nature de la vérité », de « dualisme objet/sujet », etc. désigne alors pour eux la philosophie en son noyau de pensée propre.

– *Ne faut-il pas inclure dans l'intellectualité mathématique les théories mathématiques de la musique ?*

Théoriser mathématiquement la musique, c'est essentiellement une manière particulière de *faire* des mathématiques [A]. Or l'intellectualité mathématique n'est pas un « faire (de) la mathématique » mais un « la réfléchir ».

Compter la théorisation mathématique de la musique (comme, au demeurant de la physique ou de l'économie) dans l'intellectualité mathématique reviendrait purement et simplement à ne plus distinguer ce qu'il s'agit précisément ici de discerner.

– *L'intellectualité mathématique n'est-elle pas une pratique spontanée de tout mathématicien, même s'il ne prend pas le soin de la formuler par écrit ?*

Sans doute, par un côté, car cette réflexion mathématicienne sur la pensée mathématique est praticable par tout mathématicien. Non cependant, car la catégorie d'intellectualité mathématique vise à cerner des pratiques singulières du mathématicien (pensif) : celle consistant à donner forme transmissible, publique à cette réflexion, que ce soit par écrit (cas le plus manifeste) ou par oral.

On précisera ainsi que l'intellectualité mathématique va de pair avec le souci de transmettre cette réflexion mathématicienne, ce qui implique l'étape (la *pratique* particulière) de fixer la projection dans la langue, de lui donner forme singulière.

A. Nous l'avons vu pour les théories mathématiques de la musique d'Euler (III. v) et de Mazzola (II. xi).

– L'intellectualité mathématique ne se loge-t-elle pas également dans les marges ou les interstices des articles mathématiques proprement dits ?

En effet, un article mathématique s'écrit somme toute *aussi* avec des mots (à la différence de la musique qui n'y recoure, dans une partition, que marginalement). On peut donc penser qu'un volet particulier de l'intellectualité mathématique se jouerait dans des parties singulières des textes mathématiques ordinaires et pas uniquement dans des textes spécifiques (quand, à l'inverse, il n'y aurait guère de sens à rechercher de l'intellectualité musicale dans des partitions, fut-ce dans les notes d'exécution).

Ceci pourrait contribuer en effet à distinguer différents types d'intellectualité mathématique.

– Jean Dieudonné ne constituerait-il pas un exemple d'anti-intellectualité mathématique ?

Si c'est à raison de sa critique de « l'épistémologie » ou d'une supposée « philosophie des mathématiques », non, tout au contraire : la critique mathématicienne de l'épistémologie joue le même rôle que la critique musicienne de l'esthétique philosophisante ou de la musicologie.

Par contre ses résumés en tête des chapitres de ses *Éléments d'analyse* [69] pourraient fournir un bon exemple d'une intellectualité mathématique se logeant dans les marges ou interstices des textes mathématiques. De même son *Abrégé d'histoire des mathématiques 1700-1900* [70] et son *Panorama des mathématiques pures* [71] constituent des exemples assez rares d'histoire mathématicienne de la mathématique.

– Pour dégager d'autres formes d'intellectualité mathématique, ne faudrait-il pas examiner plus attentivement ce qu'il en est des écrits dits de vulgarisation mathématique ?

En effet, et ce même si en général la vulgarisation mathématique ou scientifique n'appartient pas en propre à l'intellectualité mathématique : il y s'agit le plus souvent soit d'épistémologie grossière, soit de mathématiques saisies comme curiosité plutôt que comme pensée. Mais certains de ces travaux peuvent cependant relever d'une véritable intellectualité mathématique : pour donner une comparaison en musique, l'ancienne collection *Solfège* du Seuil, consacrée à la vulgarisation musicale des œuvres des grands compositeurs, ne relève guère en général de l'intellectualité musicale sauf en quelques rares ouvrages, en général écrits d'ailleurs par des compositeurs, comme ceux de Boucourechliev consacrés à Schumann et Beethoven, ou celui de Barraqué consacré à Debussy…

– *N'est-il pas trop étroit d'établir l'existence d'une intellectualité mathématique sur la seule base de Poincaré et Weyl ?*

Oui, bien sûr. Il s'agit ici d'une première exploration bien trop restreinte.

Ceci dit, pas plus que l'intellectualité musicale, l'intellectualité mathématique ne constitue une nouvelle « discipline » au sens universitaire du terme, qui serait donc dotée de continuité, de permanence, de protocoles stables, etc. C'est une pratique discontinue, à chaque fois singulière, distincte de l'épistémologie et de l'historiographie universitaires.

À ce titre, les deux singularités de Poincaré et Weyl constituent déjà des repères significatifs. Mais il va de soi que la thèse de l'intellectualité mathématique ne reste, en l'état des choses, qu'une hypothèse qu'il faudrait mettre à l'épreuve d'autres examens.

– *Pourquoi une naissance si tardive, seulement dans la seconde moitié du XIXe siècle ?*

Comme il a été suggéré, ceci tiendrait au bouleversement de notions mathématiquement aussi essentielles que celles d'*espace* et de *logique* (rappelons que pour Kant, la logique était, depuis Aristote, devenue définitivement immuable).

Mais il est vrai qu'il y eut avant cela d'autres bouleversements mathématiques, non moins considérables, ne serait-ce que la question des infinitésimaux au XVIIe siècle et que celle-ci n'a apparemment pas donné lieu à la constitution d'une intellectualité mathématique.

Tout ceci mériterait donc d'être approfondi et mis à l'épreuve d'autres séquences.

– *Ne faut-il pas tenir que dans le cas Leibniz (philosophe et grand mathématicien), il y a interaction entre philosophie et mathématiques et non pas seulement développement parallèle ?*

Oui, et pas seulement dans son cas. Le fait de distinguer, de séparer, n'implique nullement (tout au contraire) une négation des rapports entre les deux composantes ainsi écartées. Il devient au contraire plus simple de penser les rapports entre A et B une fois que A et B ont été clairement distinguées (de même dissocier *continuité* et *dérivabilité* permet de mieux penser comment l'une est déliée/reliée à l'autre).

L'idée est cependant de clairement distinguer une philosophie conditionnée par la mathématique de même qu'une mathématique stimulée par un débat philosophique d'une intellectualité mathématique proprement dite.

– *Toute intellectualité musicale ou mathématique n'aurait-elle pas, pour motivation immédiate, une défense ?*

Peut-être en effet, en première approche du moins.

Cependant plus profondément, il s'agit surtout à chaque fois de défendre une nouveauté, une création de pensée, non un simple état des choses ; il s'agit de défendre une percée possible qui se trouve menacée, risquant d'être ensevelie sous la simple continuation académique ou sous la tyrannie de l'actualité renouvelée.

Schumann, Wagner, Schoenberg et Boulez ont ainsi clairement défendu la possibilité et la nécessité d'une nouveau type de pensée musicale.

Rameau est intervenu sur une position certes plus conservatrice (préserver les acquis du baroque à l'époque où celui-ci était dépassé par le nouveau style italianisant) mais il s'agissait en fait pour lui de déployer une nouvelle puissance musicale (l'articulation de sa nouvelle pensée harmonique à une conception de l'opéra et du drame), non pas de maintenir académiquement les savoirs répertoriés et sédimentés.

Ainsi l'intellectualité mathématique comme l'intellectualité musicale vise ultimement à encourager le mathématicien à continuer, contre la corrosion nihiliste du « *À quoi bon ?* » et du « *En vain !* ».

Notes bibliographiques

Références

1. *La Science et l'Hypothèse* (coll. *Champs*, Flammarion ; 1968)
2. *La Valeur de la Science* (coll. *Champs*, Flammarion ; 1970)
3. *Le continu et autres écrits* – trad. Jean Largeault (Vrin ; 1994)
4. *Souvenirs d'apprentissage* (Birkhäuser ; 1991)
5. *Un mathématicien aux prises avec le siècle* (Odile Jacob ; 1997)

6. *Matière à pensée* (avec Jean-Pierre Changeux) ou *Triangle de pensées* (avec André Lichnerowicz et Marcel Paul Schützenberger).
7. *La Science et l'hypothèse* (p. 13)
8. *La Science et l'hypothèse* (p. 148)
9. *La Science et l'hypothèse* (p. 118)
10. *La Science et l'hypothèse* (p. 215)
11. *La Science et l'hypothèse* (p. 225)
12. *La Valeur de la Science* (p. 39)
13. *Le continu…* (p. 126)
14. *Le continu…* (p. 166)
15. *Le continu…* (p. 165)
16. *Le continu…* (p. 171)
17. *Le continu…* (p. 179)
18. *Le continu…* (p. 268)
19. *Le continu…* (p. 298)
20. *La Valeur de la Science* (p. 34)
21. *Le continu…* (p. 298)
22. *La Science et l'hypothèse* (p. 76)
23. *La Science et l'hypothèse* (p. 108)
24. *La Science et l'hypothèse* (p. 215)
25. *La Science et l'hypothèse* (p. 48)
26. *La Valeur de la Science* (p. 103)
27. *La Valeur de la Science* (p. 186)
28. *La Valeur de la Science* (p. 104)
29. *La Science et l'hypothèse* (p. 25)
30. *La Science et l'hypothèse* (p. 49)
31. *La Science et l'hypothèse* (p. 171-172)
32. *La Valeur de la Science* (p. 106)
33. *Le continu…* (p. 292 ; voir aussi p. 137)
34. *Le continu…* (p. 267)
35. *Le continu…* (p. 267)
36. *Le continu…* (p. 305)
37. *Le continu…* (p. 32)
38. *La Science et l'hypothèse* (p. 167)
39. *La Valeur de la Science* (p. 104)
40. *La Valeur de la Science* (p. 32)

41. *La Valeur de la Science* (p. 35-36)
42. *Le continu…* (p. 227)
43. *Le continu…* (p. 156)
44. *La Valeur de la Science* (p. 36)
45. *Le continu…* (p. 169)
46. *Le continu…* (p. 214-215)
47. *Le continu…* (p. 218)
48. *Le continu…* (p. 229)
49. *Essai sur la psychologie de l'invention…* (p. 69)
50. *Essai sur la psychologie de l'invention…* (p. 71)
51. *Essai sur la psychologie de l'invention…* (p. 70, 75 et 80)
52. *Essai sur la psychologie de l'invention…* (p. 82)
53. *Essai sur la psychologie de l'invention…* (p. 88)
54. *Essai sur la psychologie de l'invention…* (p. 90)
55. *Essai sur la psychologie de l'invention…* (p. 93)
56. *Le continu…* (p. 32)
57. *Le continu…* (p. 284)
58. *Le continu…* (p. 212)
59. *Le continu…* (p. 126)
60. *Le continu…* (p. 144)
61. *Le continu…* (p. 247)
62. *Le continu…* (p. 266-367)
63. *Le continu…* (p. 307)
64. *Le continu…* (p. 230)
65. Belin, 1985
66. *L'apologie d'un mathématicien* (p. 10)
67. Voir la séance du 14 octobre 2006 du séminaire *mamuphi* (Ens).
68. *Le continu…* (p. 210)
69. Huit tomes, chez Gaulthier-Villars (1978)
70. Deux tomes, chez Hermann (1978)
71. Gaulthier-Villars (1979)